

Ecuaciones completas

1 $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$$

$x = \frac{5+1}{2} = x = 3$ es una solución correcta

$x = \frac{5-1}{2} = x = 2$ es una solución correcta

2 $2x^2 - 7x + 3 = 0$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4}$$

$x = \frac{7+5}{4} = x = 3$ solución correcta

$x = \frac{7-5}{4} = x = \frac{2}{4} = x = \frac{1}{2}$ solución correcta

3 $-x^2 + 7x - 10 = 0$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - (+40)}}{-2} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{-2}$$

$\frac{-7 \pm 3}{-2}$ $\left\{ \begin{array}{l} x = 2 \text{ resultado correcto} \\ x_2 = 5 \text{ resultado correcto} \end{array} \right.$

4 $x^2 - 2x + 1 = 0$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2}$$

$x = \frac{2+0}{2} = x = 1$ resultado correcto

$x = \frac{2-0}{2} = x = 1$ resultado correcto

$$5 \quad x^2 + x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} \notin \mathbb{R}$$

$$6 \quad x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{2} \quad x = \frac{4+0}{2} \quad x_1 = 2$$
$$x_2 = 2$$

$$7 \quad 2x - 3 = 1 - 2x + x^2$$

$$0 = -2x + 3 + 1 - 2x + x^2$$

$$0 = x^2 - 4x + 4$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{2} \quad x = \frac{4+0}{2} \quad x_1 = 2$$
$$x_2 = 2$$

$$8 \quad x^2 + (7-x)^2 = 25$$

$$x^2 + 49 - 14x + x^2 - 25 = 0$$

$$2x^2 - 14x + 24 = 0$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196-192}}{4} \quad \frac{14 \pm \sqrt{4}}{4} = x \quad x_1 = 4$$
$$x_2 = 3$$

$$9 \quad 7x^2 + 21x - 28 = 0$$

$$x = \frac{-21 \pm \sqrt{441 + 784}}{14}$$

$$x = \frac{-21 \pm 35}{14}$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow x_1 = \frac{14}{14} = x = 1 \\ &\rightarrow x_2 = \frac{-56}{14} = -4 \end{aligned}$$

$$10 \quad -x^2 + 4x - 7 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 28}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{-12}}{-2} \notin \mathbb{R}$$

$$11 \quad 18 = 6x + x(x - 13)$$

$$0 = 6x + x^2 - 13x - 18$$

$$0 = x^2 - 7x - 18$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 72}}{2} \quad x = \frac{7 \pm \sqrt{121}}{2} =$$

$$\frac{7 + 11}{2} = x_1 \quad x_1 = 9$$

$$\frac{7 - 11}{2} = x_2 \quad x_2 = -2$$

$$12 \quad 6x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{12}$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{1}}{12} \quad x_1 = \frac{6}{12} \quad x = \frac{3}{6} \quad x_1 = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{4}{12} \quad x_2 = \frac{2}{6} \quad x_2 = \frac{1}{3}$$

$$13 \quad x^2 + (x + 2)^2 = 580$$

$$x^2 + x^2 + 2(x \cdot 2) + 2^2 - 580 = 0$$

$$2x^2 + 4x - 576 = 0$$

$$x^2 + 2x - 288 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 1152}}{2}$$

$$x = \frac{-2 + 34}{2} \quad \begin{aligned} x_1 &= 16 \\ x_2 &= -18 \end{aligned}$$

$$14 \quad x^2 - 5x - 84 = 0$$

$$x = \frac{+5 \pm \sqrt{25 + 336}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{361}}{2}$$

$$x = \frac{5 + 19}{2} \quad x = \frac{24}{2} \quad x_1 = 12$$

$$x = \frac{5 - 19}{2} \quad x = \frac{-14}{2} \quad x_2 = -7$$

$$15 \quad 4x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$x = \frac{+6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2 \cdot 4}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{8}$$

$$x = \frac{6 + 2}{8} \quad x = 1$$

$$x = \frac{6 - 2}{8} \quad x = \frac{1}{2}$$

$$16 \quad x^2 - \frac{7}{6}x + \frac{1}{3} = 0$$

$$6x^2 - 7x + 2 = 0$$

$$x = \frac{+7 \pm \sqrt{49 - 48}}{12}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{12}$$

$$x = \frac{7 + 1}{12} \quad x = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{7 - 1}{12} = \frac{1}{2}$$

Ecuaciones incompletas

$$1 \quad \frac{2}{5}x^2 = 0$$

$$x^2 = \frac{5}{2} \cdot 0$$

$$x = \sqrt{0} \quad \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases}$$

$$2 \quad x^2 - 5x = 0$$

$$x \cdot (x - 5) = 0 \quad \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

$$3 \quad 2x^2 - 6x = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x \cdot (2x - 6) = 0$$

$$x_2 \Rightarrow 2x - 6 = 0$$

$$x = \frac{6}{2} \quad x_2 = 3$$

$$4 \quad x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 = 25$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{25}$$

$$x = \pm 5$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = -5$$

$$5 \quad 2x^2 + 8 = 0$$

$$2x^2 = -8$$

$$\sqrt{x^2} = -4$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{-4}$$

$$x = \sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$$

$$6 \quad 12x^2 - 3x = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x \cdot (12x - 3) = 0$$

$$x_2 = \begin{cases} 12x - 3 = 0 \\ x = \frac{3}{12} \quad x_2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$7 \quad 4x^2 - 16 = 0$$

$$4x^2 = 16$$

$$x^2 = 4$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{4}$$

$$x = \pm 2$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$

$$8 \quad 6x^2 + 3x = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x \cdot (6x + 3) = 0$$

$$x_2 = \begin{cases} 6x + 3 = 0 \\ x = -\frac{3}{6} \end{cases}$$

$$x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$9 \quad 4x^2 + 2 = 0$$

$$4x^2 = -2$$

$$x^2 = -\frac{2}{4}$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{-2}$$

$$x = \sqrt{-2} \notin \mathbb{R}$$

Problemas de ecuaciones

1 Escribir una ecuación de segundo grado cuyas soluciones son: 3 y -2.

$x_1 = 3$
 $x_2 = -2$

factorización
 $(x-3) \cdot (x+2) = 0$

$x^2 - x - 6 = 0$

$$\begin{array}{r} x-3 \\ \times x+2 \\ \hline 2x-6 \\ x^2-3x \\ \hline x^2-x-6 \end{array}$$

2 Factorizar: $x^2 - 5x + 6 = 0$

$x = \frac{+5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$

$(x-3) \cdot (x-2) = 0$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} \quad x_1 = \frac{6}{2} = 3 \quad x_2 = 2$

3 Determinar k de modo que las dos raíces de la ecuación $x^2 - kx + 36 = 0$ sean iguales.

$x^2 - kx + 36 = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 144}}{2} \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

Cuando $b^2 = 144$
sea igual 0 los
dos valores de x.
serán iguales
entre sí.
 $\sqrt{b^2} = \sqrt{144}$
 $b = \pm 12$

4 La suma de dos números es 5 y su producto es -84. Halla dichos números.

$x_1 + x_2 = 5$

$x_1 \cdot x_2 = -84$

$x^2 - Sx + P = 0$

$x^2 - 5x - 84 = 0$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 336}}{2}$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{361}}{2}$

$x = \frac{5 \pm 19}{2} \begin{cases} x_1 = 12 \\ x_2 = -7 \end{cases}$

5 Dentro de 11 años la edad de Pedro será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. Calcula la edad de Pedro.

$$\text{Pedro} = x$$

$$x + 11 = \frac{(x - 13)^2}{2}$$

$$2x + 22 = x^2 - 26x + 169$$

$$2x - x^2 + 26x + 22 - 169 = 0$$

$$-x^2 + 28x - 147 = 0$$

$$\text{Donde } x_1 = 7$$

$$x_2 = 21$$

La primera edad no vale porque teniendo 7 años no se puede hablar de hacer 13 años

6 Para vallar una finca rectangular de 750 m² se han utilizado 110 m de cerca. Calcula las dimensiones de la finca.

$$B \cdot H = 750 \text{ m}^2$$

$$2b + 2h = 110 \text{ m}$$

$$b = \frac{750}{h}$$

$$2 \cdot \frac{750}{h} + 2h = 110 \text{ m}$$

$$\frac{1500}{h} + \frac{2h^2}{h} = \frac{110h}{h}$$

$$2h^2 - 110h + 1500 = 0$$

$$h^2 - 55h + 750 = 0$$

$$h = \frac{55 \pm \sqrt{3025 - 3000}}{2}$$

$$x_1 = \frac{55 + 5}{2} = 30$$

$$x_2 = 55 - 5 = 25$$

7 Los tres lados de un triángulo rectángulo son proporcionales a los números 3, 4 y 5. Halla la longitud de cada lado sabiendo que el área del triángulo es 24 m².

$$\frac{b \cdot h}{2}$$

$$\frac{(3 \cdot x) \cdot (4 \cdot x)}{2} = 24$$

$$6x^2 = 24$$

$$x = \frac{24}{6}$$

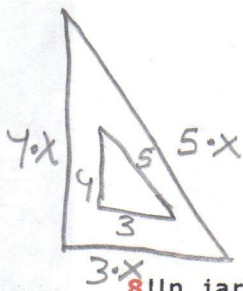
$$x^2 = 4$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{4} \quad x = 2$$

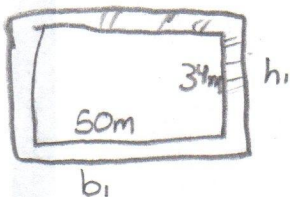
$$4 \cdot 2 = 8 \text{ m}$$

$$3 \cdot 2 = 6 \text{ m}$$

$$5 \cdot 2 = 10 \text{ m}$$



8 Un jardín rectangular de 50 m de largo por 34 m de ancho está rodeado por un camino de arena uniforme. Halla la anchura de dicho camino si se sabe que su área es 540 m².



$$17000 + 168x + 4x^2 - 1700 = 540$$

$$4x^2 + 168x = 540$$

$$x^2 + 42x - 135 = 0$$

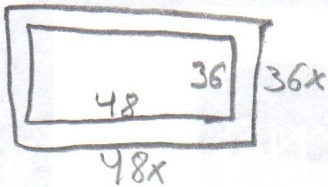
$$x_1 = 3 \text{ m} \quad x_2 = \text{no es posible}$$

3m de ancho tiene el camino

$$[b_1 \cdot h_1] - [50 \cdot 34] - (50 \cdot 34) = 540$$

$$(50 + 2x) \cdot (34 + 2x) - 1700 = 540$$

9 Calcula las dimensiones de un rectángulo cuya diagonal mide 75 m, sabiendo que es semejante a otro rectángulo cuyos lados miden 36 m y 48 m respectivamente.



$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$75^2 = (48x)^2 + (36x)^2$$

$$5625 = 2304x^2 + 1296x^2$$

$$5625 = 3600x^2$$

$$\frac{5625}{3600} = 1,56 = x^2$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{1,56}$$

$$x = \pm 1,25$$

$$x = \pm 1,25$$

$$36 \cdot 1,25 = 45 \text{ m}$$

$$48 \cdot 1,25 = 60 \text{ m}$$

10 Halla un número entero sabiendo que la suma con su inverso es

$$\frac{26}{5}$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{26}{5}$$

$$\frac{5x^2}{5x} + \frac{5}{5x} = \frac{26x}{5x}$$

$$5x^2 - 26x + 5 = 0$$

$$x = \frac{+26 \pm \sqrt{676 - 100}}{10}$$

$$x = \frac{26 \pm \sqrt{576}}{10} \quad x_1 = \frac{26 + 24}{10} = 5$$

$$x_2 = \frac{26 - 24}{10} = \frac{1}{5}$$

$$x_2 \notin \mathbb{Z}$$

11 Dos números naturales se diferencian en dos unidades y la suma de sus cuadrados es 580. ¿Cuáles son esos números?

$$x^2 + (x+2)^2 = 580$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 = 580$$

$$\frac{2x^2 + 4x - 576}{2} = 0$$

Nºs 16 y 18

$$x^2 + 2x - 288 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 1152}}{2}$$

$$x_1 = -2 + 34 = 32$$

$$x_2 = -2 - 34 = -36 \notin \mathbb{N}$$

12 Dos caños A y B llenan juntos una piscina en dos horas, A lo hace por sí solo en tres horas menos que B. ¿Cuántas horas tarda a cada uno separadamente?

$$\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} = \frac{1}{T}$$

$$\frac{1}{T_1} + \frac{1}{3+T} = \frac{1}{2} \quad \text{mcm} = T \cdot (T+3) \cdot 2$$

$$\frac{2 \cdot (T+3)}{T \cdot (T+3) \cdot 2} + \frac{2 \cdot T}{T \cdot (T+3) \cdot 2} = \frac{T \cdot (T+3)}{T \cdot (T+3) \cdot 2}$$

$$2T+6 + 2T = T^2 + 3T$$

$$-T^2 + T + 6 = 0 \quad 0 = T^2 - T - 6 = 0$$

$$T = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2}$$

$$T = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$T_1 = \frac{1+5}{2} = 3$$

$$T_2 = \frac{1-5}{2} = -2$$

$T_2 = -2$ no es solución válida

$$A = 3$$

$$B = 6$$

13 Los lados de un triángulo rectángulo tienen por medidas en centímetros tres números pares consecutivos. Halla los valores de dichos lados.

Teorema pitagoras = $h^2 = c_1^2 + c_2^2$

$$(2x+4)^2 = (2x)^2 + (2x+2)^2$$

$$4x^2 + 16x + 16 = 4x^2 + 4x^2 + 8x + 4$$

$$4x^2 + 16x + 16 = 8x^2 + 8x + 4$$

$$0 = 4x^2 - 8x - 12$$

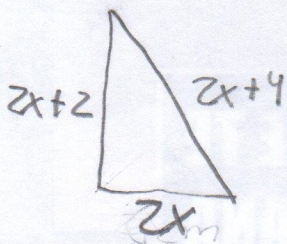
$$0 = x^2 - 2x - 3$$

$$x = 3$$

$$c_1 = 6$$

$$c_2 = 8$$

$$h = 10$$



14 Una pieza rectangular es 4 cm más larga que ancha. Con ella se construye una caja de 840 cm³ cortando un cuadrado de 6 cm de lado en cada esquina y doblando los bordes. Halla las dimensiones de la caja.

altura · largura · anchura = volumen de la caja

$$6 \cdot (x+4-12) \cdot (x-12) = 840$$

$$6 \cdot (x-8) \cdot (x-12) = 840$$

$$(6x-48) \cdot (x-12) = 840$$

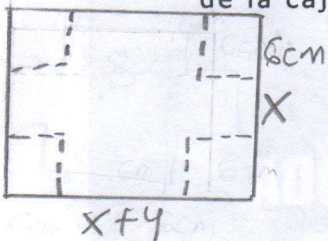
$$x^2 - 20x - 44 = 0$$

$$x = 22$$

$$\text{Largo} = 26$$

$$\text{altura} = 6$$

$$\text{anchura} = 22$$



15 Un caño tarda dos horas más que otro en llenar un depósito y abriendo los dos juntos se llena en 1 hora y 20 minutos. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarlo cada uno por separado?

$$\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} = \frac{1}{T}$$

$$\frac{1}{T} + \frac{1}{2+T} = \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

$$T=2$$

$$T_2=4$$

$$\frac{4}{3}(2+T) + \frac{4}{3}T = T^2 + 2T$$

Ecuaciones bicuadradas

1 $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

$$x^2 = R$$

$$R^2 - 10R + 9 = 0$$

$$R = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2}$$

$$R = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2}$$

$$R_1 = \frac{10+8}{2} \quad R_1 = 9 \quad R_2 = 1$$

$$R_1 = 9 \Rightarrow x = \sqrt{R_1} = \sqrt{9} = \pm 3$$

$$R_2 = 1 \Rightarrow x_2 = \sqrt{R_2} = \sqrt{1} = \pm 1$$

2 $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

$$x^2 = R$$

$$R^2 - 13R + 36 = 0$$

$$R = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2}$$

$$R = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{2}$$

3 $x^4 - 61x^2 + 900 = 0$

$$R_1 = \frac{13+5}{2} = R_1 = 9 \quad R_2 = 4$$

$$R_1 = 9 \Rightarrow x = \sqrt{R_1} = \sqrt{9} = \pm 3$$

$$R_2 = 4 \Rightarrow x_2 = \sqrt{R_2} = \sqrt{4} = \pm 2$$

$$R^2 - 61R + 900 = 0$$

$$x^2 = R$$

$$R = \frac{61 \pm \sqrt{3721 - 3600}}{2}$$

$$R = \frac{61 \pm \sqrt{121}}{2}$$

$$R_1 = \frac{61+11}{2} \quad R_1 = \frac{72}{2} \quad R_1 = 36$$

$$R_1 = 36 \Rightarrow x = \sqrt{R_1} = \sqrt{36} = \pm 6$$

$$R_2 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{R_2} = \sqrt{25} = \pm 5$$

$$R_2 = \frac{61-11}{2} \quad R_2 = \frac{50}{2} \quad R_2 = 25$$

$$4 \quad x^4 - 25x^2 + 144 = 0 \quad x^2 = R$$

$$R^2 - 25R + 144 = 0$$

$$R = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 576}}{2}$$

$$R = \frac{25 \pm \sqrt{49}}{2} \begin{cases} R_1 = \frac{25+7}{2} = 16 \\ R_2 = \frac{25-7}{2} = 9 \end{cases}$$

$$x_1 = \sqrt{R_1} \quad x_1 = \sqrt{16} \quad x_1 = \pm 4$$

$$x_2 = \sqrt{R_2} \quad x_2 = \sqrt{9} \quad x_2 = \pm 3$$

$$5 \quad x^4 - 16x^2 - 225 = 0 \quad x^2 = R$$

$$R^2 - 16R - 225 = 0$$

$$R = \frac{16 \pm \sqrt{256 + 900}}{2}$$

$$R = \frac{16 \pm \sqrt{1156}}{2} \begin{cases} R_1 = \frac{16+34}{2} = 25 \\ R_2 = \frac{16-34}{2} = -9 \end{cases}$$

$$x_1 = \sqrt{R_1} \quad x_1 = \sqrt{25} \quad x_1 = \pm 5$$

$$x_2 = \sqrt{R_2} \quad x_2 = \sqrt{-9} \notin \mathbb{R}$$

Ecuaciones racionales

$$\frac{1}{x^2 - x} - \frac{1}{x - 1} = 0$$

$$\frac{1}{x(x-1)} - \frac{1}{x-1} = 0$$

$$\frac{1}{x \cdot (x-1)} - \frac{x}{x \cdot (x-1)} = 0$$

$$1 - x = 0$$

$$x = 1$$

Comprobación

$$\frac{1}{1-1} - \frac{1}{1-1} = 0$$

La ecuación no tiene solución

$$2 \quad \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x^2-4}$$

$$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{(x+2) \cdot (x-2)}$$

$$\frac{x+2}{(x+2) \cdot (x-2)} + \frac{x-2}{(x+2) \cdot (x-2)} = \frac{1}{(x+2) \cdot (x-2)}$$

$$x+2 + x-2 = 1$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{x} = 1 + \frac{x-13}{6}$$

$$\frac{18}{6x} = \frac{6x}{6x} + \frac{x \cdot (x-13)}{6x}$$

$$18 = 6x + x^2 - 13x$$

$$x^2 - 7x - 18 = 0$$

Ecuaciones irracionales

1 $\sqrt{2x-3} - x = -1$

$$\sqrt{2x-3} = x-1$$

$$2x-3 = (x-1)^2$$

$$2x-3 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

2 $\sqrt{5x+4} - 1 = 2x$

$$\sqrt{5x+4} = 2x+1$$

$$5x+4 = (2x+1)^2$$

$$5x+4 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$4x^2 - x - 3 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{8}$$

3 $3\sqrt{x-1} + 11 = 2x$

$$\sqrt{x-1} = \frac{2x-11}{3}$$

$$x-1 = \left(\frac{2x-11}{3}\right)^2$$

$$x-1 = \frac{4x^2 - 44x + 121}{9}$$

$$9x-9 = 4x^2 - 44x + 121$$

$$4x^2 - 53x + 130 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49+72}}{2}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{121}}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{7+11}{2} = 9 \text{ ok} \\ x_2 = \frac{7-11}{2} = -2 \text{ ok} \end{cases}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{4}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{8} \begin{cases} x_1 = \frac{1+7}{8} = 1 \\ x_2 = \frac{1-7}{8} = \frac{-6}{8} = \frac{-3}{4} \end{cases}$$

$\frac{-3}{4}$ no es una solución válida

$$x = \frac{53 \pm \sqrt{2809-2080}}{8}$$

$$x = \frac{53 \pm \sqrt{729}}{8} = \frac{53 \pm 27}{8}$$

$$x_1 = 10$$

$x_2 = \frac{13}{4}$ no es una solución válida

$$4 \quad \sqrt{x} + \sqrt{x-4} = 2$$

$$(\sqrt{x})^2 = (2 - \sqrt{x-4})^2$$

$$x = 4 - 4\sqrt{x-4} + x - 4$$

$$x - 4 + 4\sqrt{x-4} - x + 4 = 0$$

$$4\sqrt{x-4} = 0$$

$$\sqrt{x-4} = \frac{0}{4}$$

$$\sqrt{x-4} = 0$$

$$x-4 = 0$$

$$x = 4$$

$$5 \quad \sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$$

$$(\sqrt{2x-1})^2 = (6 - \sqrt{x+4})^2$$

$$2x-1 = 36 - 12\sqrt{x+4} + x+4$$

$$2x-1-36-x-4 = -12\sqrt{x+4}$$

$$(x-41)^2 = (-12\sqrt{x+4})^2$$

$$x^2 - 82x + 1681 = 144(x+4)$$

$$x^2 - 82x + 1681 = 144x + 576$$

$$x^2 - 226x + 1105 = 0$$

$$x = \frac{226 \pm \sqrt{51076 - 4420}}{2}$$

$$x = \frac{226 \pm \sqrt{46656}}{2}$$

$$x = \frac{226 \pm 216}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{226+216}{2} = 221 \\ x_2 = \frac{226-216}{2} = 5 \end{cases}$$

221 no es una solución válida

Sistemas lineales, método de Gauss

$$1 \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 5y - 5z = 5 \\ -5x - 3y - 4z = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 3x + 2y + z = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 3y - 3z = 3 \\ -3x - 2y - z = -1 \end{cases}$$

$$y - 4z = 2$$

$$2y - 9z = 3$$

$$2y - 9z = 3$$

$$y - 4z = 2$$

$$y = 2 + 4z$$

$$2 \cdot (2 + 4z) - 9z = 3$$

$$4 + 8z - 9z = 3$$

$$4 - z = 3$$

$$4 - 3 = z$$

$$z = 1$$

$$z = 1$$

$$y = 6$$

$$x = -4$$

$$2 \begin{cases} 5x - 3y - z = 1 \\ x + 4y - 6z = -1 \\ 2x + 3y + 4z = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 4y - 6z = -1 \\ 5x - 3y - z = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 4y - 6z = -1 \\ 2x + 3y + 4z = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 20y - 30z = -5 \\ -5x + 3y + z = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 8y - 12z = -2 \\ -2x - 3y - 4z = -9 \end{cases}$$

$$23y - 29z = -6$$

$$5y - 16z = -11$$

$$\begin{cases} 23y - 29z = -6 \\ 5y - 16z = -11 \end{cases}$$

$$5y - 16z = -11$$

$$z = 1$$

$$y = 1$$

$$x = 1$$

$$115y - 145z = -30$$

$$-115y + 368z = +253$$

$$223z = 223$$

$$z = 1$$

$$3 \begin{cases} 2x - y + 2z = 6 \\ 3x + 2y - z = 4 \\ 4x + 3y - 3z = 1 \end{cases}$$

$$2x - y + 2z = 6$$

$$2x - y + 2z = 6$$

$$4x + 3y - 3z = 1$$

$$3x + 2y - z = 4$$

$$4x - 2y + 4z = 12$$

$$6x - 3y + 6z = 18$$

$$-4x - 3y + 3z = -1$$

$$-6x - 4y + 2z = -8$$

$$-5y + 7z = 11$$

$$-7y + 8z = 10$$

$$-5y + 7z = 11$$

$$-7y + 8z = 10$$

$$35y - 49z = -77$$

$$z = 3$$

$$-35y + 40z = +50$$

$$y = 2$$

$$-9z = -27$$

$$x = 1$$

$$z = 3$$

4 Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156 € por 24 l de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 l de aceite de oliva. Calcular el precio de cada artículo, sabiendo que 1 l de aceite cuesta el triple que 1 l de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 l de aceite más 4 l de leche.

$$\text{Leche} = x$$

$$\text{Jamón} = 4x + 4(3x)$$

$$\text{aceite} = 3x$$

$$24x + 6(4x + 12x) + 36x = 156$$

$$24x + 24x + 72x + 36x = 156$$

$$156x = 156$$

$$x = \frac{156}{156}$$

$x = 1$ € el litro de leche

24. 3 € el litro de aceite

16 € el kg de jamón

5 Un videoclub está especializado en películas de tres tipos: infantiles, oeste americano y terror. Se sabe que: El 60% de las películas infantiles más el 50% de las del oeste representan el 30% del total de las películas. El 20% de las infantiles más el 60% de las del oeste más el 60% de las de terror al representan la mitad del total de las películas. Hay 100 películas más del oeste que de infantiles. Halla el número de películas de cada tipo.

$$\text{Infantil} = x$$

$$\text{Terror} = z$$

$$\text{oeste} = y$$

$$\begin{cases} 3x + 2y - 3z = 0 \\ -3x + y + z = 0 \\ y = 100 + x \end{cases}$$

$$\frac{60}{100}x + \frac{50}{100}y = \frac{(x+y+z) \cdot 30}{100}$$

$$\frac{20}{100}x + \frac{60}{100}y + \frac{60}{100}z = \frac{(x+y+z) \cdot 50}{2 \cdot 50}$$

$$2y = 100 + x$$

$$30x + 20y - 30z = 0$$

$$-30x + 10y + 10z = 0$$

$$y = 100 + x$$

$$3x + 2y - 3z = 0$$

$$-9x + 3y + 3z = 0$$

$$-6x + 5y = 0$$

$$-6x + 5(100 + x) = 0$$

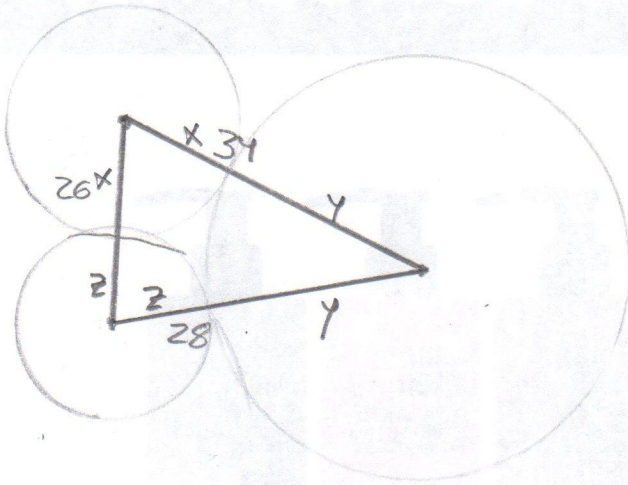
$$-6x + 500 + 5x = 0$$

$$-x = 500$$

$$y = 600$$

$$z = 900$$

6 Los lados de un triángulo miden 26, 28 y 34 cm. Con centro en cada vértice se dibujan tres de conferencias, tangente entre sí dos a dos. Calcular las longitudes de los radios de las circunferencias.



$$\begin{cases} x+y=34 \\ x+z=26 \\ y+z=28 \end{cases} \quad \begin{aligned} y &= 34-x \\ z &= 26-x \end{aligned}$$

$$(34-x) + (26-x) = 28$$

$$60 - 2x = 28$$

$$32 = 2x$$

$$\boxed{16 = x}$$

$$16 + y = 34 \quad \boxed{y = 18}$$

$$16 + z = 26 \quad \boxed{z = 10}$$

Sistemas no lineales

$$1 \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

$$x = 7 - y$$

$$(7-y)^2 + y^2 = 25$$

$$49 - 14y + y^2 + y^2 = 25$$

$$49 - 14y + 2y^2$$

$$2y^2 - 14y = -24$$

$$2 \quad \begin{cases} x + y = 7 \\ x \cdot y = 12 \end{cases}$$

$$x = 7 - y$$

$$(7-y) \cdot y = 12$$

$$7y - y^2 = 12$$

$$-y^2 + 7y - 12 = 0$$

$$y = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 48}}{-2}$$

$$2y^2 - 14y + 24 = 0$$

$$y^2 - 7y + 12 = 0$$

$$y = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2}$$

$$y = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$y_1 = 4 \quad x_1 = 3$$

$$y_2 = 3 \quad x_2 = 4$$

$$y = \frac{-7 \pm \sqrt{1}}{-2}$$

$$y_1 = 3 \quad x_1 = 4$$

$$y_2 = 4 \quad x_2 = 3$$

$$3 \begin{cases} x^2 + y^2 = 169 \\ x + y = 17 \end{cases}$$

$$x = 17 - y$$

$$(17 - y)^2 + y^2 = 169$$

$$289 - 34y + y^2 + y^2 = 169$$

$$2y^2 - 34y + 120 = 0$$

$$y = \frac{34 \pm \sqrt{1156 - 960}}{4}$$

$$y = \frac{34 \pm \sqrt{196}}{4}$$

$$y_1 = \frac{34 + 14}{4} = 12$$

$$y_2 = \frac{34 - 14}{4} = 5$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = 12$$

$$4 \begin{cases} y^2 - 2y + 1 = x \\ \sqrt{x} + y = 5 \end{cases}$$

$$\sqrt{y^2 - 2y + 1} + y = 5$$

$$\sqrt{y^2 - 2y + 1} = 5 - y$$

$$(\sqrt{y^2 - 2y + 1})^2 = (5 - y)^2$$

$$y^2 - 2y + 1 = 25 - 10y + y^2$$

$$8y - 24 = 0$$

$$y = \frac{24}{8} = 3$$

$$y = 3$$

$$3^2 - 6 + 1 = x$$

$$x = 4$$

$$5 \begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 13 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

$$\frac{1}{x} = a \quad \frac{1}{y} = b$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 13 \\ a - b = 1 \end{cases}$$

$$a = 1 + b$$

$$(1 + b)^2 + b^2 = 13$$

$$1 + 2b + b^2 + b^2 = 13$$

$$2b^2 + 2b - 12 = 0$$

$$b^2 + b - 6 = 0$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2}$$

$$b_1 = 2$$

$$b_2 = -3$$

$$a_1 = 3$$

$$a_2 = -2$$

| | | | | |
|-------------------|-----------------------|---------------------|------------|----------------------|
| $\frac{1}{x} = a$ | $a_1 = 3 \Rightarrow$ | $x_1 = \frac{1}{3}$ | $a_2 = -2$ | $x_2 = -\frac{1}{2}$ |
| $\frac{1}{y} = b$ | $b_1 = 2 \Rightarrow$ | $y_1 = \frac{1}{2}$ | $b_2 = -3$ | $y_2 = -\frac{1}{3}$ |

6 El producto de dos números es 4, y la suma de sus cuadrados 17.

¿Cuáles son esos números?

$$\begin{aligned}
 x \cdot y &= 4 \\
 x^2 + y^2 &= 17 \\
 x &= \frac{4}{y} \\
 \left(\frac{4}{y}\right)^2 + y^2 &= 17 \\
 \frac{16}{y^2} + y^2 &= 17 \\
 \frac{16}{y^2} + \frac{y^4}{y^2} &= \frac{17y^2}{y^2} \\
 16 + y^4 - 17y^2 &= 0 \\
 y^4 - 17y^2 + 16 &= 0 \\
 a^2 - 17a + 16 &= 0 \\
 a &= \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{2} \\
 a &= \frac{17 \pm \sqrt{225}}{2} \\
 a_1 &= 16 & y_1 &= \pm 4 \\
 a_2 &= 1 & y_2 &= \pm 1 \\
 y_1 &= 4 & x_1 &= 1 \\
 y_2 &= -4 & x_2 &= -1 \\
 y_3 &= 1 & x_3 &= 4 \\
 y_4 &= -1 & x_4 &= -4
 \end{aligned}$$

7 Halla una fracción equivalente a $\frac{5}{7}$ cuyos términos elevados al cuadrado sumen 1184

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} x^2 + y^2 = 1184 \\ \frac{5}{7} = \frac{x}{y} \end{cases} & \quad \frac{25y^2}{49} + y^2 = 1184 \quad y = \pm 28 \\
 \frac{5}{7} = \frac{x}{y} & \quad 25y^2 + 49y^2 = 58016 \quad x_1 = \frac{5 \cdot 28}{7} = 20 \\
 x = \frac{5y}{7} & \quad 25y^2 + 49y^2 - 58016 = 0 \quad x_2 = \frac{5 \cdot -28}{7} = -20 \\
 \left(\frac{5y}{7}\right)^2 + y^2 = 1184 & \quad 74y^2 - 58016 \\
 & \quad y^2 = \frac{58016}{74} \\
 & \quad y^2 = 784
 \end{aligned}$$

8 El producto de dos números es 4, y la suma de sus cuadrados 17.

¿Cuáles son esos números