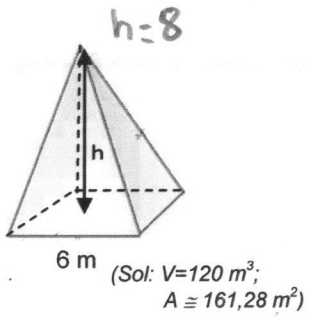
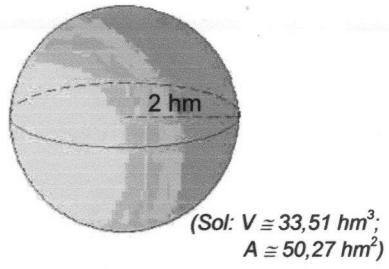


11. Nombrar las siguientes figuras y hallar los elementos que faltan y su volumen; en el caso de las cinco primeras, hallar también su área:

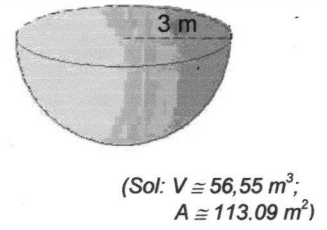
a)



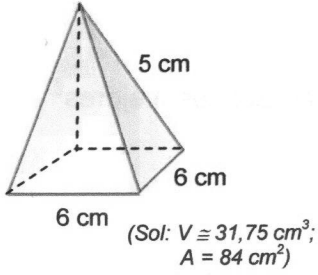
b)



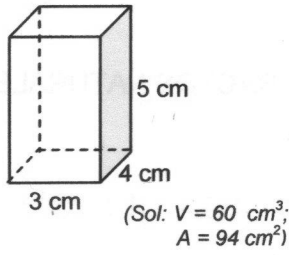
c)



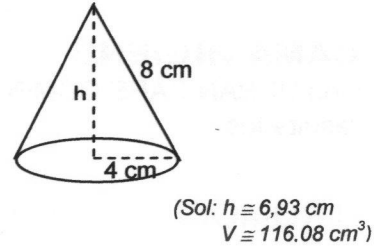
d)



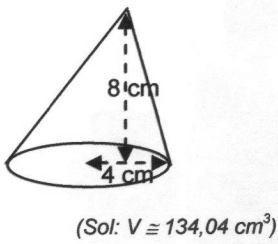
e)



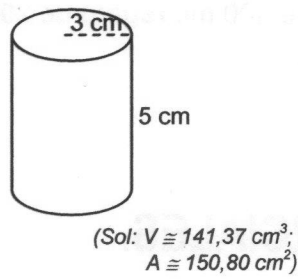
f)



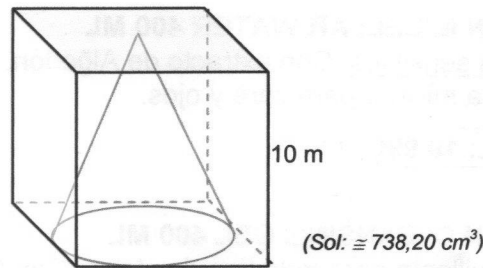
g)



h)

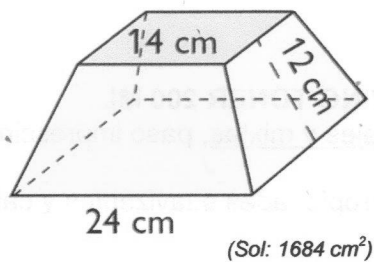


12. Hallar el volumen comprendido entre el cubo y el cono de la figura:



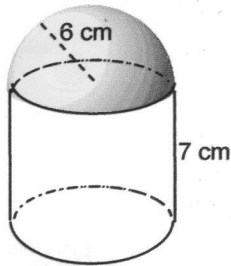
13. Hallar el área de una pirámide triangular recta con aristas laterales de 6 mm, y con base un triángulo equilátero de 4 mm de lado. (Ayuda: hallar primero la apotema de una cara lateral) (Soluc: $40,87 \text{ mm}^2$)

14. Calcular el área de esta figura:



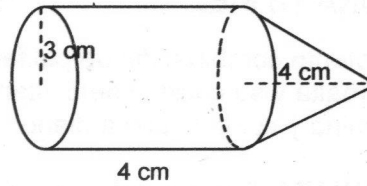
15. Calcular el volumen de estas figuras (y el área, en el caso de la primera):

a)



(Sol: $A \cong 603,19 \text{ cm}^2$;
 $V \cong 1244,07 \text{ cm}^3$)

b)



(Sol: $V \cong 150,80 \text{ cm}^3$)

16. (*) Dibujar una pirámide cuadrangular regular recta de base 6 cm y apotema 8 cm. Hallar: altura, superficie y volumen. (Soluc: 5 cm; 60 cm^2 ; 132 cm^3)

17. (*) Dibujar una pirámide hexagonal regular recta de base 6 cm y apotema lateral 12 cm. Hallar su altura, área y volumen. (Soluc: $h \cong 6,08 \text{ cm}$; $A \cong 189,64 \text{ cm}^2$; $V \cong 309,53 \text{ cm}^3$;))

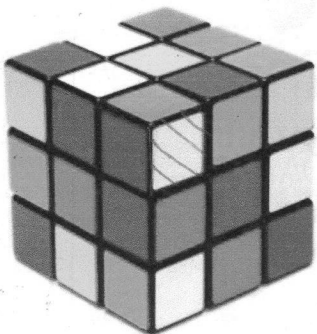
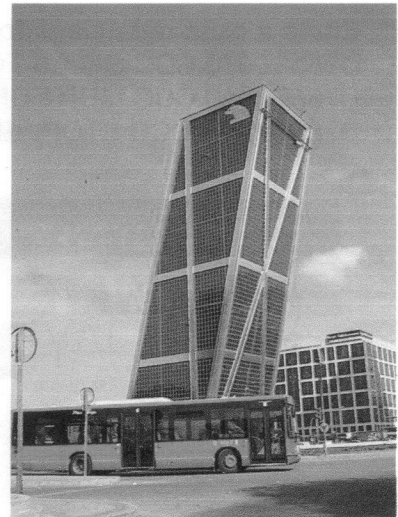
18. (*) Dibujar una pirámide hexagonal regular recta de base 3 m y arista lateral 6 m. Hallar su apotema lateral, altura, área y volumen: (Soluc: $a \cong 5,81 \text{ m}$; $h \cong 5,20 \text{ m}$; $A \cong 75,67 \text{ m}^2$; $V \cong 121,48 \text{ m}^3$)

Problemas de aplicación de volúmenes y áreas:

19. Calcular el volumen y la superficie de la Tierra, teniendo en cuenta que su radio medio es de aproximadamente 6371 km. (Soluc: $V \cong 1,0832 \times 10^{12} \text{ km}^3$; $S \cong 5,1006 \times 10^8 \text{ km}^2$;))

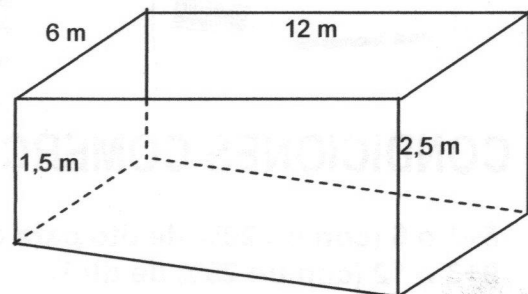
20. Hallar el volumen de las torres Kio, sabiendo que su base es un cuadrado de 35 m de lado, y la altura es de 114 m. (Soluc: $139\ 650 \text{ m}^3$)

21. Se desea pintar las paredes y el techo de un salón de planta 12 x 7 m, y altura 3,5 m. Sabiendo que dispone de dos puertas de 1 x 2 m, y tres ventanales de 2 x 2 m, ¿cuánta superficie habrá que pintar? (Hacer un dibujo explicativo) Si disponemos de botes de pintura para 25 m^2 , ¿cuántos botes necesitaremos? (Soluc: 159 m^2 ; 7 botes)

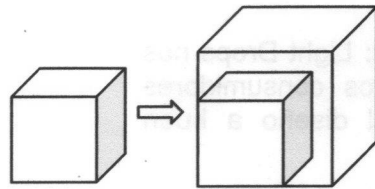
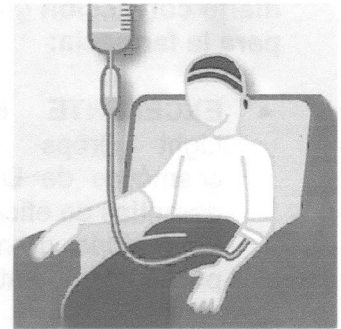


22. Hallar el volumen de un cubo de Rubik de 8 cm de arista. Hallar también el de una de sus piezas. (Soluc: 512 cm^3 ; $\cong 18,96 \text{ cm}^3$)

23. Hallar la capacidad, en m^3 , de la piscina de la figura. (Dato: $1 \text{ m}^3 = 1\ 000 \text{ l}$) (Soluc: $144\ 000 \text{ l}$)



24. Continuando con el ejercicio anterior, cuántas horas tardaría en llenarse con un caudal de 0,5 l/s?
(Soluc: 80 horas)
25. Hallar el volumen, en ml, de una lata de Coca-Cola, sabiendo que tiene 10,9 cm de alto y 6,2 cm de diámetro
(Dato: 1 ml = 1 cm³) (Soluc: \approx 330 ml)
26. Hallar el volumen de la pirámide de Keops, sabiendo que su altura actual es de 230,35 m y el cuadrilátero que forma su base tiene 136,86 m de lado. (Soluc: 2 420 648,41 m³)
27. En una naranja de 10 cm de diámetro, ¿qué superficie de cáscara le corresponde a cada uno de sus 12 gajos? (Soluc: \approx 26,18 cm²)
28. Un depósito de agua tiene forma de ortoedro cuya altura es 10 m y su capacidad 4000 m³. Hallar el lado de la base sabiendo que es cuadrada. (Soluc: 20 m)
29. El diámetro de la base de un cilindro es igual a su altura. El área total es 169,56 m². Calcular sus dimensiones. (Soluc: $d=h=6$ m)
30. A un paciente se le aplica un suero intravenoso tal que cae una gota cada minuto. Si suponemos que el recipiente es un cilindro de 4 cm de radio y 14 de altura, y la gota es aproximadamente una esfera de 1 mm de diámetro, hallar cuánto durará el suero.
31. Al aumentar en 1 cm la arista de un cubo su volumen aumenta en 271 cm³. ¿Cuánto mide la arista? (Ayuda: plantear una ecuación de 3^{er} grado) (Soluc: 9 cm)



Relación de Euler

$$N^{\circ} \text{ de caras} + N^{\circ} \text{ de vértices} = N^{\circ} \text{ de aristas} + 2$$

Clasificación de poliedros regulares

Tetraedro regular: poliedro de cuatro caras

$$\text{Área: } \sqrt{3} \cdot a^2$$

$$\text{Volumen: } \frac{\sqrt{2}}{12} a^3$$

Hexaedro o cubo regular
poliedro de seis caras

Hexaedro irregular

Área total

$$\text{Área total: } 6 \cdot a^2$$

$$\text{Diagonal: } \sqrt{3} \cdot a$$

$$\text{Volumen: } a^3$$

a : arista

$$A_T = A_B \cdot 2 + A_L$$

$$V = A_B \cdot H$$

A_L = área lateral

A_B = Área de la base

Octaedro regular

poliedro de ocho lados

$$\text{Área: } 2 \cdot \sqrt{3} \cdot a^2$$

$$\text{Volumen: } \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot a^3$$

Dodecaedro regular

poliedro de 12 lados

$$A = 30 \cdot a \cdot ap$$

$$V = \frac{1}{4} (15 + 7\sqrt{5}) a^3$$

ap = apotema

Icosaedro

poliedro de 20 lados

$$\text{Area} = 5 \cdot \sqrt{3} \cdot a^2$$

$$\text{Volumen} = \frac{5}{12} \cdot (3 + \sqrt{5}) a^3$$

Prisma

Poliedro de dos caras paralelas e iguales llamadas bases y sus caras laterales son paralelogramos

$$\text{Area} = \text{Area lateral} + 2 \cdot \text{Area de la base}$$

$$\text{Area lateral} = \text{perimetro de la base} \times \text{la altura}$$

$$\text{Volumen} = \text{Area de la base} \times \text{altura}$$

pirámide

Policedros cuya base es un polígono cualquiera y cuyas caras laterales son triángulos con un vértice común, que es el vértice de la pirámide

$$A_T = A_L + A_B$$

$$A_L = \frac{P_B \cdot A_p}{2}$$

$$A_p^2 = h^2 + a_p^2$$

$$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$$

A_p = apotema de pirámide

a_p = apotema de la base

P_B = perímetro de base

Tronco de la pirámide

Es el cuerpo geométrico que resulta al cortar una pirámide por un plano paralelo a la base y separar la parte que contiene al vértice

$$A = \frac{P + P'}{2} \cdot A_p + A + A'$$

$$V = \frac{h}{3} \cdot (A + A' + \sqrt{A \cdot A'})$$

$$A_L = \frac{P + P'}{2} \cdot A_p$$

P = perímetro de la base mayor

P' = Perímetro de la base menor

A_p = apotema del tronco de la pirámide

A = Área de la base mayor

A' = Área de la base menor

Cilindro

Es el cuerpo engendrado por un rectángulo que gira alrededor de uno de sus lados.

$$g = h$$

$g =$ generatriz

$$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$A_T = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (h + r)$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Cono. Es el cuerpo de revolución obtenido al hacer girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos

$$g^2 = r^2 + h^2$$

$g =$ generatriz

$$A_L = \pi \cdot r \cdot g$$

$$A_T = \pi \cdot r \cdot (g + r)$$

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

Esfera

Es la superficie engendrada por una circunferencia que gira sobre su diámetro

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$$

Área del huso esférico y volumen de la cuña esférica

$$A = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^2}{360} \cdot n$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi \cdot r^3}{360} \cdot n$$

n = ángulo de apertura

Casquete esférico

$$A = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot h^2 \cdot (3R - h)$$

$$R = \frac{r^2 + h^2}{2h}$$

donde R es el radio de la esfera y r es el área del casquete esférico y h es la altura del casquete pequeño

Zona esférica

Es la parte de la esfera comprendida entre dos planos secantes paralelos

$$A = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$$

$$V = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot h \cdot (h^2 + 3 \cdot R^2 + 3 \cdot r^2)$$

Donde R es el radio del casquete mayor y r del casquete menor y h es la altura que separa varios planos

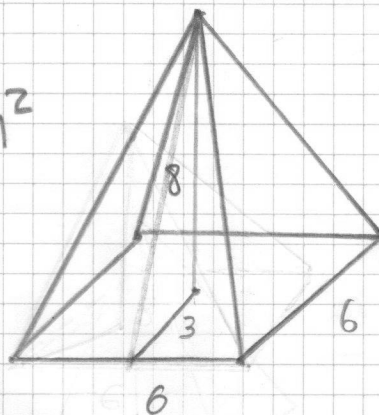
ejercicio 11

a) Pirámide

$$A_T = \text{Area lateral} + \text{Area de la base}$$

$$A_L = \frac{PB \cdot A_P}{2}$$

$$A_L = \frac{24 \cdot 8,54}{2} = 102,48 \text{ m}^2$$



$$A_P^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$A_P^2 = 3^2 + 8^2 \quad A_P^2 = 73$$

$$\sqrt{A_P^2} = \sqrt{73} \quad A_P = 8,54$$

$$A_T = 102,48 + 36 \quad A_T = 3689,28 \text{ m}^2$$

Volumen

$$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{36 \cdot 8}{3}$$

$$V = 93 \text{ m}^3$$

8.
B) Esfera

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$A = 4 \cdot \pi \cdot 4$$

$$A = 50,26 \text{ hm}^2$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 8$$

$$V = 33,51 \text{ hm}^3$$

C) Semiesfera

$$A = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^2}{2} + \pi \cdot r^2$$

$$A = 58,54 + 28,27$$

$$A = 86,81 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h^2 (3r - h)$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot (3 \cdot 3 - 3)$$

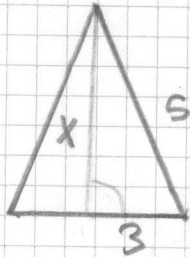
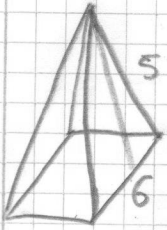
$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 6$$

$$V = 56,54 \text{ m}^3$$

D) Pirámide

$$A_T = A_L + A_B$$

$$A_T = A_L + 36$$



$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$5^2 = 3^2 + x^2$$

$$25 = 9 + x^2$$

$$14 = x^2$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{14}$$

$$A_P = \sqrt{14}$$

$$A_T = \frac{6 \cdot \sqrt{14}}{2}$$

$$A_T = 3 \cdot 3,74$$

$$A_T = 11,22 \text{ cm}^2$$

$$A_L = 11,22 \cdot 4$$

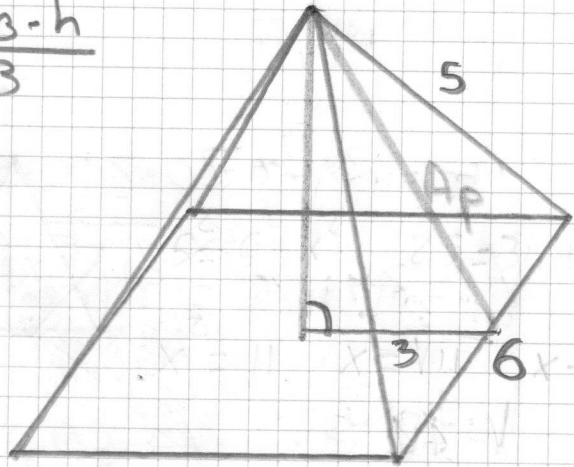
$$A_L = 44,88$$

$$A_T = 44,88 + 36$$

$$A_T = 80,88 \text{ cm}^2$$

Volumen:

$$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$$



$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$\sqrt{14} = 3^2 + c_2^2$$

$$14 = 9 + c_2^2$$

$$5 = c_2^2$$

$$\sqrt{5} = 2,23$$

$$c = 2,23$$

2,23 cm mide la altura

$$V = \frac{36 \cdot 2,23}{3}$$

$$V = 40,14 \text{ cm}^3$$