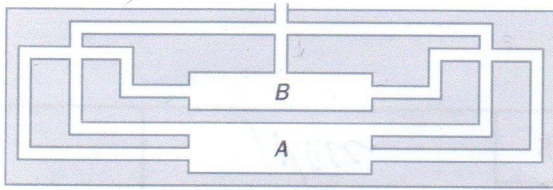


RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

16.22 En una caseta del parque de atracciones los usuarios tienen la posibilidad de entrar gratis en este laberinto.

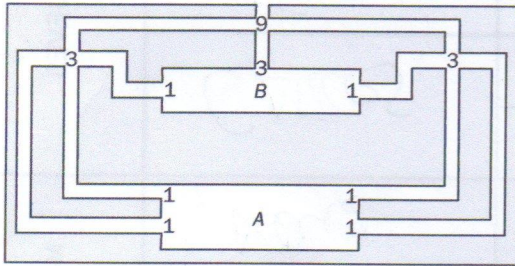


Si acaban en el recinto A, no tienen que pagar la atracción, pero si acaban en el recinto B, han de pagar el doble. ¿Cuál es la probabilidad de acabar en el recinto A? ¿Y en el recinto B?

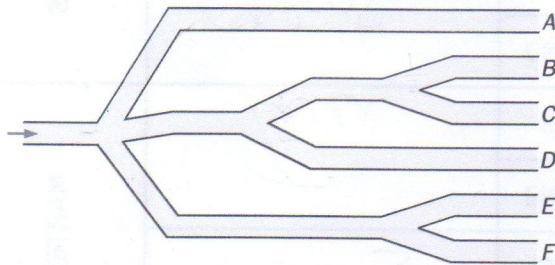
El diagrama tiene 9 bifurcaciones. Partimos de 9 visitantes al principio del laberinto. Distribuimos las personas a partes iguales en cada bifurcación del laberinto.

En el recinto A entrarán 4 personas: $P(A) = \frac{4}{9}$.

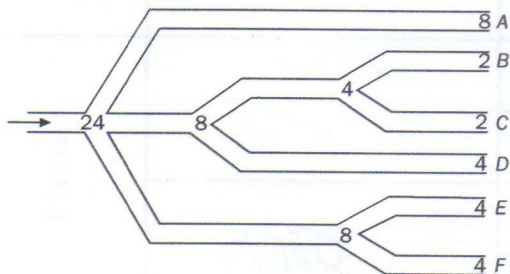
En el recinto B entrarán las otras 5 restantes: $P(B) = \frac{5}{9}$.



16.23 Una persona entra en el laberinto de la figura.



Halla la probabilidad de que llegue a cada uno de los extremos.



$$P(A) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

$$P(D) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

$$P(B) = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$

$$P(E) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

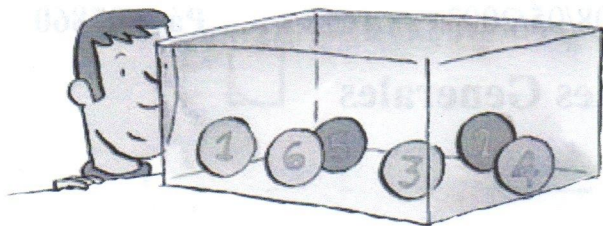
$$P(C) = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$

$$P(F) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

16 SUCEOS ALEATORIOS. PROBABILIDAD

CUESTIONES PARA ACLARARSE

16.42 Sacamos una bola de la urna de la figura.



Completa la siguiente tabla.

Suceso	Resultados favorables	Probabilidad
Sea azul	{1, 3, 4, 6}	$4/6 = 2/3$
Sea par	{2, 4, 6}	$3/6 = 1/2$
Sea naranja impar	{5}	$1/6$
Sea naranja	{2, 5}	$2/6 = 1/3$

16.43 Dos sucesos contrarios, ¿son incompatibles? Dos sucesos incompatibles, ¿son contrarios? Razona las respuestas.

Los sucesos contrarios son siempre incompatibles porque no se pueden dar a la vez, pero dos sucesos incompatibles no tienen por qué ser contrarios. Por ejemplo, ser hombre es incompatible con tener un embarazo, pero los dos sucesos no son contrarios.

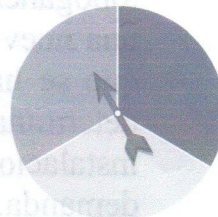
16.44 El suceso intersección de dos sucesos contrarios, ¿es el suceso imposible?

Sí, porque $P(A \cap \bar{A}) = 0$

16.45 Calcula la probabilidad de que al hacer girar la ruleta, se pare en uno de estos colores.

- Rojo.
- Amarillo.
- Azul o rojo.

a) $P(R) = \frac{1}{3}$ b) $P(Am) = \frac{1}{3}$ c) $P(Az \cup R) = \frac{2}{3}$



16.46 En cada uno de los siguientes experimentos aleatorios, señala si los sucesos elementales que forman el espacio muestral son o no equiprobables.

- Al tirar un dado, que salga un número par o impar.
- Obtener una nota de 0 a 10 en un test contestando al azar.
- Las posibles sumas de las puntuaciones obtenidas al lanzar dos dados.

- a) Equiprobables b) Equiprobables c) No equiprobables

16 SUCEOS ALEATORIOS. PROBABILIDAD

PROBLEMAS PARA APLICAR

16.50 En una familia con 3 hijos se consideran los siguientes sucesos.

A = "el hijo mayor es un chico".

B = "los dos hijos pequeños son chicas".

C = "al menos uno de los hijos es chico".

a) ¿Son A y B independientes?

b) ¿Son B y C incompatibles?

c) ¿Cuál es el suceso contrario de C ?

a) Sí, el sexo del hijo mayor no condiciona el de los dos pequeños.

b) No, el mayor puede ser chico.

c) "Todos los hijos son chicas".

16.51 Se lanza una moneda 2 veces. Calcula la probabilidad de estos sucesos.

a) Salir dos cruces.

b) Salir al menos una cara.

a) $P(X \cap X) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

b) Es el suceso contrario al anterior: $1 - P(X \cap X) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

16.52 Calcula la probabilidad de que, al lanzar 2 dados al aire, la suma de puntos que se consigue sea siete.

Casos posibles: 36; casos favorables: (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1) $\Rightarrow P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

16.53 Se lanza un dado. Determina la probabilidad de que haya salido un 2, sabiendo que ha salido un número menor que 5.

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

16 SUCEOS ALEATORIOS. PROBABILIDAD

REFUERZO

Sucesos aleatorios y técnicas de recuento

16.62 Se extrae una carta de una baraja española de 40 cartas y se consideran los sucesos:

$A =$ "sacar una copa"; $B =$ "sacar un rey"; $C =$ "sacar una carta menor que 5".

Determina estos sucesos.

a) $A \cup B$, $A \cup C$ y $B \cup C$.

b) $A \cap B$, $A \cap C$ y $B \cap C$.

c) $A \cup B \cup C$ y $A \cap B \cap C$.

d) El suceso contrario de C .

e) El suceso contrario de $A \cup B$.

a) $A \cup B =$ "sacar una copa o un rey"; $A \cup C =$ "sacar una copa o una carta menor que 5"; $B \cup C =$ "sacar un rey o una carta menor que 5".

b) $A \cap B =$ "sacar el rey de copas"; $A \cap C =$ "sacar una copa menor que 5"; $B \cap C$ es un suceso imposible.

c) $A \cup B \cup C =$ "sacar una copa o un rey, o una carta menor que 5"; $A \cap B \cap C$ es un suceso imposible.

d) $\bar{C} =$ "sacar una carta mayor que 4".

e) $A \cup B =$ "no sacar ni una copa ni un rey".

Probabilidad de sucesos

16.63 Se extrae una bola de una bolsa que contiene 4 bolas blancas, 5 rojas y 2 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea negra?

$$P(A) = P(\text{blanca}) + P(\text{roja}) = \frac{4}{11} + \frac{5}{11} = \frac{9}{11}$$

16.64 Calcula la probabilidad de obtener un as o un oro al extraer una carta de una baraja española.

$$P(\text{As} \cup \text{Oro}) = P(\text{As}) + P(\text{oro}) - P(\text{As} \cap \text{Oro}) = \frac{4}{40} + \frac{10}{40} - \frac{1}{40} = \frac{13}{40}$$

16.65 Una urna contiene 8 bolas rojas, 5 verdes y 9 azules. Determina la probabilidad de que al extraer una bola al azar:

a) Sea verde.

b) Sea roja o azul.

a) $P(V) = \frac{5}{22}$

b) $P(R \cup A) = \frac{17}{22}$. Son sucesos complementarios. $\bar{V} = R \cup A$.

16 SUCEOS ALEATORIOS. PROBABILIDAD

PARA INTERPRETAR Y RESOLVER

16.75 La compañía



Elena ha ido al cine con cuatro amigos, pero no han podido conseguir entradas para sentarse todos juntos.

Tienen las butacas 3 y 5 de la fila 6, y las butacas 6, 8 y 10 de la fila 1.

Como los asientos tienen ubicaciones diferentes, deciden repartir las entradas al azar.

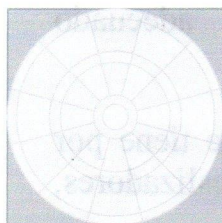
¿Qué es más fácil, que Elena no se siente en la fila 1 o que esté sentada entre dos de sus amigos?

La probabilidad de que Elena no se siente en la Fila 1 es $\frac{2}{5}$.

La probabilidad que Elena esté sentada entre dos amigos es $\frac{1}{5}$ ya que, para que esto ocurra, sólo existe la posibilidad de que ocupe el asiento 8 de la fila 1.

Por tanto, es más fácil la primera condición.

16.76 La diana



La diana de la figura está formada por un círculo inscrito en un cuadrado.

Se considera que al lanzar un dardo, siempre cae dentro del cuadrado y que tiene la misma probabilidad de hacerlo en cualquier punto de las dos zonas.

Si el dardo acierta en la zona amarilla, se obtiene un punto.

Si el dardo acierta en la zona verde, se obtienen dos puntos.

a) Calcula la probabilidad de que al tirar un dardo se obtenga un punto.

b) Calcula la probabilidad de que al lanzar dos dardos se obtengan tres puntos.

Si el lado del cuadrado mide $2a$ cm, el radio del círculo mide a cm.

Área del cuadrado: $4a^2$; área de la zona amarilla: πa^2 ; área de la zona verde: $(4 - \pi)a^2$

Probabilidad de acertar en la zona amarilla: $\frac{\text{Área de la zona amarilla}}{\text{Área del cuadrado}} = \frac{\pi a^2}{4a^2} = \frac{\pi}{4} = 0,785$

Probabilidad de acertar en la zona verde: $\frac{\text{Área de la zona verde}}{\text{Área del cuadrado}} = \frac{(4 - \pi)a^2}{4a^2} = 0,215$

a) 0,785

b) $0,785 \cdot 0,215 + 0,215 \cdot 0,785 = 0,338$

16-22)

$$P(A) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

$$P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$$

16-23)

$$P(A) = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

$$P(C) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

$$P(D) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$P(E) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$P(F) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

16-42)

$$P(\text{Par}) = \frac{3}{6} \quad \text{Resultados favorables} = 2, 4, 6$$

$$P(N/1) = \frac{1}{6} \quad \text{Resultados favorables} = 5$$

$$P(N) = \frac{2}{6} \quad \text{Resultados favorables} = 2 \text{ y } 5$$

16-43)

Si son incompatibles, por si tiras una moneda al aire y sale cara, su contrario que es cruz, es incompatible con la cara.

En un dado de seis caras es un suceso incompatible

ser un 2 y un 1. En esas sucesos contrarios

16-44)

Si por que no hay intersección entre dos sucesos contrarios

16-45)

a) $P(R) = \frac{1}{3}$

b) $P(A) = \frac{1}{3}$

c) $P(A \cup R)$ Es la probabilidad de sacar rojo $\frac{1}{3}$ o azul $\frac{1}{3}$

$$P(A \cup R) = P(A) + P(R) - P(A \cap R) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - 0 = \frac{2}{3}$$

16-45)

a) Si es equiprobable

b) Si son equiprobables

c) No son equiprobables

16-50)

a) Si son independientes.

b) No, son compatibles

c) Que todos los hijos sean chicas

16-51)

a) sacar dos cruces = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

b) $P(C_1 \cup C_2) = P(C_1) + P(C_2) - P(C_1 \cap C_2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

16-52

Casos posibles = 36

Casos favorables = 6

$$P(7) = \frac{6}{36} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$

16-53

$$P(\text{suceso}) = \frac{1}{4}$$

16-62

a) $A \cup B$ = Sacar una copa o sacar un rey

$A \cup C$ = Sacar una copa o sacar un número menor que 5

$B \cup C$ = Sacar un rey o sacar un número menor que 5

b)

$A \cap B$ = Sacar una copa y un rey

$A \cap C$ = Sacar una copa y sacar un número < 5

$C \cap B$ = Sacar un número < 5 y un rey (es imposible)

c)

$A \cup B \cup C$ = Sacar copa o rey o un número < 5

$A \cap B \cap C$ = Sacar copa y rey y un número < 5 (es imposible)

d) \overline{C} = número ≥ 5

e) $\overline{A \cup B}$ = No sacar copa o no sacar rey

16-63]

$$P(\bar{N}) = 1 - \frac{2}{11} = \frac{1}{11} - \frac{2}{11} = \frac{9}{11} = 0,81$$

16-64]

$$\begin{aligned} P(A \cup O) &= P(A) + P(O) - P(A \cap O) = \frac{4}{40} + \frac{10}{40} - \left(\frac{4}{40} \cdot \frac{10}{40}\right) = \\ &= \frac{14}{40} - \frac{40}{1600} = \frac{560}{1600} - \frac{40}{1600} = \frac{520}{1600} = \frac{260}{800} = \frac{130}{400} = \frac{65}{200} = \frac{13}{40} = 0,32 \end{aligned}$$

16-65]

a) $P(V) = \frac{5}{22}$

b) $P(R \cup A) = P(R) + P(A) - P(R \cap A) = \frac{8}{22} + \frac{9}{22} - 0 = \frac{17}{22} = 0,77$

16-75]

$$P(F1) = \frac{2}{5} = 0,4$$

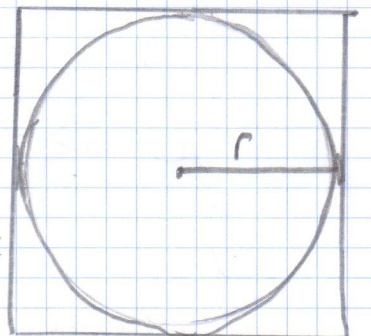
$$P(F) = \frac{1}{5} = 0,20$$

Es más fácil que no se sienta en la fila 1

16-76]

a) Probabilidad de sacar 1 =

$$= \frac{\text{Sucesos favorables}}{\text{Sucesos posibles}} = \frac{\text{Darte al círculo}}{\text{Darte al cuadrado}} =$$



$$= \frac{\text{area del círculo}}{\text{area del cuadrado}} = \frac{\pi r^2}{(2r)^2} = \frac{\pi R^2}{4R^2} = 0,785$$

b) Con dos dardos, solo se sacan 3 puntos si se da una vez al círculo y otra a los costados del cuadrado

$$= \frac{\text{darle al círculo}}{\text{darle al cuadrado}} \cdot \frac{\text{darle a las esquinas}}{\text{darle al cuadrado}} =$$

$$= \frac{\pi \cdot r^2}{4r^2} \cdot \frac{4r^2 - \pi \cdot r^2}{4r^2} =$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot \frac{r^2(4-\pi)}{4r^2} = \frac{\pi \cdot (4-\pi)}{16} = \frac{4\pi - \pi^2}{16} =$$

$$= \frac{4 \cdot 3,1416 - (3,1416)^2}{16} = \frac{12,56 - 9,86}{16} = \frac{2,7}{16} = 0,16$$

Pero el suceso puede incluir darle 1º al círculo y después a las esquinas y viceversa, así que la probabilidad es $0,16 \cdot 2 = 0,32$