• Una sucesión es una relación de números ordenados y escritos sucesibamente. Cada número de la sucesión se llama término. Cada término se puede determinar mediante una regla de formación que se llama término general. El termino general puede ser una expresión algebraica o una relación de recurrencia.

Se llama relación de recurrencia cuando cada termino se obtiene a partir de los anteriores.

Progresión arizmetica es una sucesión en la que cada termino menos el primero, se obtiene sumando al anterior una cantidad fija llamada diferencia de progresión. Si d es mayor que cero sera una progresión arizmetica creciente. Si d es menor que 0 sera una progresión decreciente.

Termino general de una progresión arizmetica es igual a $A_n = A_1 + d \cdot (N-1)$ donde a es el primer termino y d la diferencia de sucesión.

Suma de n terminos

$$\sum_{a_1 \cdots a_n} = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Donde n = al número de terminos de la sucesión. Esta formula nos permite saber cual es la suma de los terminos de una sucesión

La progresión geométrica es una sucesión en que cada término (menos el primero) se obtiene multiplicando el anterior por una cantidad fija r, llamada razón de la progresión. La razón se obtiene al hacer el cociente de dos terminos consecutivos $\frac{\text{el numerador el termino posterior}}{\text{el denominador el termino anterior}}$

El término general de una progresión geométrica cuyo primer término es a_1 y la razón es r

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

La suma de los n primeros términos de una progresión geométrica de razón r es:

$$S = \frac{a_1 \cdot (r^n - 1)}{r-1} \text{ ó también } S = \frac{(a_n \cdot r) - a_1}{r-1}$$

El producto de los n primeros términos de una progresión geométrica es:

$$P = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$$

1 Hallar el término general de las siguientes sucesiones:

1 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots$ $a_n = \frac{1}{n}$

2 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \ldots$ $a_n = \frac{n}{n+1}$

3 $-3, -2, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{5}, \ldots$ $\frac{-3}{1}, \frac{-2}{2}, \ldots, \frac{0}{4}$ $a_n = \frac{n-4}{n}$

4 $-1, 2, -3, 4, -5, \ldots$ $a_n = n(-1)^n$

5 $3, -2, \frac{5}{3}, -\frac{3}{2}, \frac{7}{5}, \ldots$ $a_n = \frac{(n+2)\cdot(-1)^{n+1}}{n}$

6 $1, \frac{1}{2}, 3, \frac{1}{4}, 5, \ldots$ Es una sucesión oscilante en la que para:
números pares es: $a_n = \frac{1}{n}$
número impares es: $a_n = n$

7 $-4, 9, -16, 25, -36, \ldots$ $2^2\ 3^2\ 4^2\ 5^2$ $a_n = (n+1)^2 \cdot (-1)^n$

8 $\frac{1}{4}, 1, \frac{9}{12}, 1, \frac{25}{28}, \ldots$ Es una sucesión oscilante en la que para
número pares: 1
número impar: $\frac{n^2}{n^2+3}$

2 El primer término de una progresión aritmética es -1, y el décimoquinto es 27. Hallar la suma de los quince primeros términos.

$-1 \cdot \cdot \cdot 27$

$\uparrow \qquad \uparrow$

$a_1 \qquad a_{15}$

$$\sum_{a_1 \cdots a_n} = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$\sum_{a_1 \cdots a_{15}} = \frac{-1+27}{2} \cdot 15 = 13 \cdot 15 = 195$$

3 El cuarto término de una progresión aritmética es 10, y el sexto es 16. Escribir la progesión $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$

$ 10 \quad 16$

$a_n = A_1 + (n-1) \cdot d$

$16 = 10 + (2 \cdot d)$

$16 = 10 + 2d$

$6 = 2d$

$3 = d$

a_1, a_2, a_3
$10 \quad 16$

Ya sabemos el valor $d = 3$, y con esos sabemos el valor de todos los valores restantes

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
1	4	7	10	13	16

4 Hallar la suma de los quince primeros múltiplos de 5

$5, 10, 15, 20, 25, \ldots \; a_{15}$

$a_n = A_1 + (n-1) \cdot d$

$a_n = 5 + (14 \cdot 5)$

$a_n = 5 + 70$

$a_n = 75$

$$\sum_{a_1 \cdots a_n} = \frac{5+75}{2} \cdot 15 = 40 \cdot 15 = 600$$

5 Hallar la suma de los quince primeros números acabados en 5

$A_n = A_1 + d \cdot (N-1)$

$A_n = 5 + (10 \cdot 14)$

$A_n = 5 + 140$

$A_n = 145$

$$\sum = \frac{5 + 145}{2} \cdot 15 = 1125$$

6 Hallar la suma de los quince primeros números pares mayores que 5

6, 8, 10, ... an es una progresión arizmetica

$$\sum_{a_1 \ldots a_n} = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \qquad \sum_{a_1 \ldots a_n} = \frac{6+34}{2} \cdot 15 = 300$$

$A_n = A_1 + d \cdot (N-1)$

$A_n = 6 + 2 \cdot (14)$

$A_n = 34$

7 El 1^er^ término de una progresión geométrica es 3, y el 8º es 384. Hallar la razón, y la suma y el producto de los 8 primeros términos

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$384 = 3 \cdot r^7$

$\sqrt[7]{128} = \sqrt[7]{r^7}$

$2 = r$

Suma de 8 terminos

$S = \frac{(a_n \cdot r) - a_1}{r-1}$

$S = \frac{(384 \cdot 2) - 3}{1}$

$S = 765$

$P = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$

$P = \sqrt{(3 \cdot 384)^n}$

$P = \sqrt{1152^n}$

$P = 1{,}76 \cdot 10^{12}$

La razón es 2

La suma es = 765

producto es = $1{,}76 \cdot 10^{12}$

8 El 2º término de una progresión geométrica es 6, y el 5º es 48. Escribir la progresión

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
3	6	12	24	48	96	192	384

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$48 = 6 \cdot r^3$

$8 = r^3$

$\sqrt[3]{2^3} = \sqrt[3]{r^3}$

$2 = r$

9 Interpolar tres medios geométricos entre 3 y 48

$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5$

$3 \quad 6 \quad 12 \quad 24 \quad 48$

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$48 = 3 \cdot r^4$

$16 = r^4$

$\sqrt[4]{2^4} = \sqrt[4]{r^4}$

$2 = r$

10 Hallar los ángulos de un cuadrilátero convexo, sabiendo que están en progresión aritmética, siendo d = 25º

$A_n = A_1 + d \cdot (N-1)$

$A_n = a_1 + 25 \cdot (3)$

$A_n = a_1 + 75$

$\underset{a_1 \cdots a_n}{\Sigma} = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

$360 = \frac{a_1 + (a_1 + 75)}{\cancel{2}} \cdot \cancel{4}$

$360 = 2a_1 + (a_1 + 75) \cdot 2$

$\underset{a_1 \cdots a_n}{\Sigma} = 360^\circ$

$360 = 2a_1 + 2a_1 + 150$

$210 = 4a_1$

$52'5 = a_1$

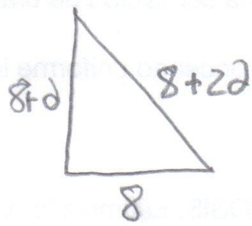
a_1, a_2, a_3, a_4

$52{,}5 \quad 77{,}5 \quad 102{,}5 \quad 127{,}5$

11 El cateto menor de un triángulo rectángulo mide 8 cm. Calcula los otros dos, sabiendo que los lados del triángulo forman una progresión aritmética

a_1, a_2, a_3

$8 \quad 8+d \quad 8+2d$



$a_1 \quad a_2 \quad a_3$

$\frac{8}{3} \quad \frac{32}{3} \quad \frac{40}{3}$

$h^2 = c_1^2 + c_2^2$

$(8+2d)^2 = 8^2 + (8+d)^2$

$64 + 4d^2 + 32d = 64 + 64 + d^2 + 16d$

$-64 + 3d^2 + 16d = 0$

$3d^2 + 16d - 64 = 0$

$d = \frac{-16 \pm \sqrt{256 + 768}}{6} = \frac{-16 \pm \sqrt{1024}}{6} =$

$= < \frac{-16+32}{6} = \frac{8}{3}$